

# ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT HIV DENGAN KLASIFIKASI GEJALA PADA PENDERITA

Faisah<sup>1</sup>, Syamsuddin Toaha<sup>2</sup>, Kasbawati<sup>3</sup>

Universitas Hasanuddin<sup>2</sup>

Email: [Leefaisah@gmail.com](mailto:Leefaisah@gmail.com)<sup>1</sup>, [syamsuddint@gmail.com](mailto:syamsuddint@gmail.com)<sup>2</sup>, [kasbawati@gmail.com](mailto:kasbawati@gmail.com)<sup>3</sup>

**Abstrak.** HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) merupakan penyebab penyakit AIDS (*Acquired Immuno Deficiency Syndrome*). Virus ini menyerang sistem kekebalan tubuh manusia, yang menyebabkan manusia yang terinfeksi virus HIV kehilangan kemampuan untuk melawan penyakit. Upaya pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS dan pemberian pengobatan berupa antiretroviral (ARV) kepada penderita penyakit HIV/AIDS diharapkan dapat menjadi solusi dalam mencegah semakin meluasnya penyebaran penyakit HIV/AIDS menjadi wabah di masyarakat. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan menentukan kestabilan titik kesetimbangan dari model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS yang mempertimbangkan enam kompartemen yaitu individu yang rentan terinfeksi HIV atau *Susceptible* (*S*), individu yang terpapar HIV atau *Exposed* (*E*), individu yang terinfeksi HIV tanpa gejala atau *Infected* (*I*), individu yang terinfeksi dengan gejala ringan (*J<sub>r</sub>*), individu yang terinfeksi dengan gejala berat (*J<sub>c</sub>*) dan individu yang terinfeksi AIDS (*A*) dengan pengaruh pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS dan pemberian pengobatan berupa ARV. Dari hasil analisis model diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik kemudian akan dilakukan penentuan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) yang diperoleh dari metode *next generation matrix* untuk menganalisis kestabilan disekitar titik kesetimbangan. Tiitik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik lokal jika  $R_0 < 1$  dan titik kesetimbangan endemik stabil asimtotik lokal jika  $R_0 > 1$ .

**Kata Kunci:** Model Penyebaran HIV/AIDS, Titik kesetimbangan, Analisis Kestabilan

**Abstract.** HIV (Human Immunodeficiency Virus) is the cause of AIDS (Acquired Immuno Deficiency Syndrome). This virus attacks the human immune system, which causes humans infected with the HIV virus to lose the ability to fight disease. Efforts to establish a commission for the prevention of HIV/AIDS and provide treatment in the form of antiretroviral (ARV) to people with HIV/AIDS are expected to be a solution in preventing the spread of HIV/AIDS becoming an epidemic in the community. This study aims to analyze and determine the stability of the equilibrium point of the mathematical model of the spread of HIV/AIDS that considers six compartments, namely individuals who are susceptible to HIV infection or *Susceptible* (*S*), individuals exposed to HIV or *Exposed* (*E*), individuals infected with HIV without symptoms. or *Infected* (*I*), infected individuals with mild symptoms (*J<sub>r</sub>*), infected individuals with severe symptoms (*J<sub>c</sub>*) and AIDS-infected individuals (*A*) with the influence of the formation of an HIV/AIDS control commission and the provision of treatment in the form of ARVs. From the analysis of the model, two equilibrium points are obtained, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. Then the basic reproduction number ( $R_0$ ) will be determined which is obtained from the next generation matrix method to analyze the stability around the equilibrium point. The disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable if  $R_0 < 1$  and the endemic equilibrium point is locally asymptotically stable if  $R_0 > 1$ .

**Keywords:** HIV/AIDS Spread Model, Equilibrium Point, Stability Analysis

## A. Pendahuluan

HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) adalah virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh. Infeksi tersebut menyebabkan penderita mengalami penurunan kekebalan sehingga sangat mudah untuk terinfeksi berbagai macam penyakit lain. Sedangkan AIDS (*Acquired Immuno Deficiency Syndrome*) yaitu sekumpulan gejala berkurangnya kemampuan pertahanan diri yang disebabkan oleh masuknya virus HIV (Kemenkes RI, 2014); (Yualita, 2020); (WHO, 2019)



Gejala HIV dibagi dalam beberapa tahap. Tahap pertama adalah tahap infeksi akut, dan terjadi pada beberapa bulan pertama setelah seseorang terinfeksi HIV. Pada tahap ini, sistem kekebalan tubuh orang yang terinfeksi membentuk antibodi untuk melawan virus HIV. Pada banyak kasus, gejala pada tahap ini muncul 1-6 bulan setelah infeksi terjadi. Penderita umumnya tidak menyadari telah terinfeksi HIV. Hal ini karena gejala yang muncul mirip dengan gejala penyakit flu, serta dapat hilang dan kambuh kembali. Setelah beberapa bulan, infeksi HIV memasuki tahap laten. Infeksi tahap laten dapat berlangsung hingga beberapa tahun atau dekade. Pada tahap ini, virus HIV semakin berkembang dan merusak kekebalan tubuh. Infeksi tahap laten yang terlambat ditangani, akan membuat virus HIV semakin berkembang. Kondisi ini membuat infeksi HIV memasuki tahap ketiga, yaitu AIDS (Faridah, 2020); (Twagirumukiza & Singirankabo, 2021); (Bhaskar & Shantkumari, 2021)

Sampai saat ini belum ditemukan obat untuk menyembuhkan penyakit HIV, namun ada jenis obat yang dapat memperlambat perkembangan virus, jenis obat ini disebut antiretroviral (ARV). Obat antiretroviral digunakan dalam pengobatan dan pencegahan infeksi HIV antiretroviral bekerja dengan menghilangkan unsur yang dibutuhkan virus HIV untuk menggandakan diri agar tidak menurun secara drastis, sehingga infeksi virus HIV memiliki waktu yang lebih lama sebelum berkembang menjadi AIDS (Kemenkes RI, 2020); (Hikmah dkk, 2021); (Suryanto & Nurjanah, 2021). Berdasarkan data yang dihimpun oleh Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, estimasi ODHA (Orang Dengan HIV AIDS) pada tahun 2020 adalah sebanyak 543.100 yang tersebar di seluruh Indonesia. Meski demikian, tidak semua ODHA rutin melakukan test Viral Load HIV sesuai rekomendasi yang ada (Kemenkes RI, 2021)

Dinamika pertambahan jumlah penderita HIV AIDS dapat diamati dengan memodelkannya ke dalam model matematika. Model matematika merupakan salah satu alat yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata (Syam & Said, 2020). Model matematika adalah hubungan antara komponen-komponen dalam suatu masalah yang dirumuskan dalam suatu persamaan matematik yang memuat komponen-komponen itu sebagai variabelnya (Side & Rangkuti, 2015); (Toaha & Rustam, 2017).

(Silva & Delfim, 2016) telah melakukan penelitian dengan membagi kelas populasi menjadi empat kelas yaitu *susceptible* ( $S$ ) atau individu yang terinfeksi virus HIV, *infected* ( $I$ ) atau individu yang terinfeksi HIV, *HIV infected individuals under ART* ( $C$ ) atau individu yang terinfeksi HIV dengan pengobatan ARV, *AIDS* ( $A$ ) atau individu yang terkena gejala AIDS. Dalam penelitian mengasumsikan bahwa individu kelas  $C$  atau individu yang terinfeksi virus HIV dengan pengobatan ARV tidak memiliki perilaku beresiko untuk menularkan virus HIV dan juga berasumsi bahwa individu dengan gejala AIDS bertanggung jawab tidak melakukan kegiatan yang dapat menularkan HIV. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh (Khan dkk, 2019) dengan membagi populasi menjadi empat kelas yaitu *susceptible* ( $S$ ) atau individu yang rentan terhadap virus HIV, *Infected* ( $I$ ) atau individu yang terinfeksi virus HIV, *Size symptomatic* ( $J$ ) atau individu yang terinfeksi virus HIV dengan gejala dan *AIDS* ( $A$ ) atau individu yang terkena gejala AIDS. Dalam penelitian ini

Berdasarkan uraian tersebut, maka dalam artikel ini akan dikembangkan menjadi enam kelas populasi yaitu, kelompok individu yang rentan terhadap virus HIV atau *susceptible* ( $S$ ), kelompok individu yang terpapar penyakit HIV atau *eksposed* ( $E$ ), atau kelompok individu yang terinfeksi virus HIV tanpa gejala atau *infected* ( $I$ ), kelompok individu yang terinfeksi virus HIV dengan gejala ringan ( $J_r$ ), kelompok individu yang terinfeksi virus HIV dengan gejala kronis ( $J_c$ ), kelompok individu yang terinfeksi dengan gejala AIDS ( $A$ ) kemudian akan ditambahkan proporsi berupa pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS dan proporsi pemberian pengobatan berupa antiretroviral (ARV) pada kelompok individu yang terinfeksi HIV dengan gejala kronis. Selanjutnya, analisis model dimulai dari penentuan titik kesetimbangan bebas



penyakit dan titik keseimbangan endemik, penentuan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ), dan analisis sensitivitas parameter.

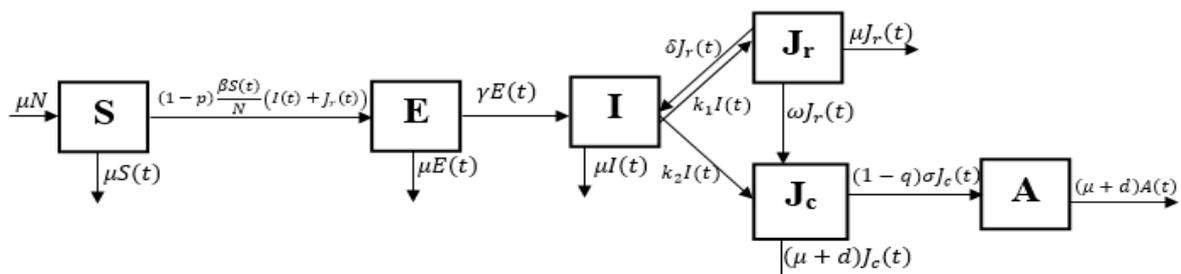
## B. Model Matematika

Model matematika yang digunakan pada artikel ini adalah pengembangan dari model matematika SIJA yang dilakukan oleh Khan, dkk pada tahun 2019 yaitu model epidemiologi yang kelas populasi manusia dibagi menjadi 4 kelas. Kelas *Susceptible* ( $S(t)$ ) atau kelompok individu yang rentan terhadap penyakit HIV, kelas *Infected* ( $I(t)$ ) atau kelompok individu terinfeksi HIV namun tidak menunjukkan gejala terinfeksi, dan kelas ketiga atau kelompok individu yang terinfeksi penyakit HIV dan menunjukkan gejala bahwa dia terinfeksi ( $J(t)$ ), serta kelas AIDS ( $A(t)$ ) atau kelompok individu terinfeksi AIDS. Selanjutnya, pada penelitian ini dengan pertimbangan bahwa salah satu proses penyebaran penyakit HIV yaitu interaksi langsung antara individu terinfeksi dengan individu lain, sehingga individu lain tersebut menjadi terpapar penyakit HIV. Karena kondisi yang disebutkan sebelumnya, pada penelitian ini ditambahkan kelas populasi *Exposed* ( $E(t)$ ) atau kelompok individu yang terpapar penyakit HIV. Selanjutnya, kelompok individu yang terinfeksi HIV dengan gejala, dibagi menjadi dua kelas. Kelas pertama yaitu kelompok individu yang terinfeksi HIV tahap satu dengan gejala ringan ( $J_r(t)$ ). Kelas terinfeksi HIV yang kedua adalah kelompok individu yang terinfeksi HIV tahap dua dengan gejala kronis ( $J_c(t)$ ). Kemudian pada penelitian ini, ditambahkan proporsi berupa pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS disetiap daerah sebagai upaya dalam menekan jumlah individu terinfeksi HIV dan pengobatan berupa pemberian treatment antiretroviral (ARV) pada individu yang terinfeksi dengan gejala kronis.

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam membangun model matematika HIV/AIDS adalah sebagai berikut

1. Seluruh populasi diasumsikan rentan terinfeksi HIV
2. Populasi homogen
3. Setiap individu yang lahir menjadi rentan terinfeksi
4. Individu terpapar penyakit apabila melakukan kontak berupa pertukaran cairan tubuh atau penggunaan jarum suntik secara bergantian.
5. Individu yang terpapar penyakit, selanjutnya menjadi terinfeksi tanpa gejala.
6. Yang dapat menularkan penyakit adalah kelompok individu terinfeksi tanpa gejala dan kelompok individu terinfeksi dengan gejala ringan.
7. Individu terinfeksi dengan gejala kronis dan individu terinfeksi AIDS, diasumsikan tidak bisa lagi melakukan kegiatan yang dapat menularkan penyakit akibat kondisi tubuh yang tidak memungkinkan.
8. Individu terinfeksi dengan gejala ringan, dapat kembali menjadi terinfeksi tanpa gejala tanpa pemberian pengobatan.

Berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan, selanjutnya diperoleh skema dinamika penyebaran penyakit HIV/AIDS yang ditunjukkan pada Gambar 1



Gambar 1. Skema penyebaran penyakit HIV/AIDS

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model disajikan pada Tabel 1

**Tabel 1. Variabel dan parameter yang digunakan dalam model**

Variabel	Keterangan	Syarat	Satuan
$N(t)$	Jumlah keseluruhan populasi pada waktu $t$	$N(t) > 0$	Orang
$S(t)$	Jumlah individu rentan terinfeksi penyakit HIV pada waktu $t$	$S(t) > 0$	Orang
$E(t)$	Jumlah individu terpapar penyakit HIV pada waktu $t$	$E(t) \geq 0$	Orang
$I(t)$	Jumlah individu terinfeksi penyakit HIV tanpa gejala pada waktu $t$	$I(t) \geq 0$	Orang
$J_r(t)$	Jumlah individu terinfeksi penyakit HIV dengan gejala ringan pada waktu $t$	$J_r(t) \geq 0$	Orang
$J_c(t)$	Jumlah individu terinfeksi penyakit HIV dengan gejala kronis pada waktu $t$	$J_c(t) \geq 0$	Orang
$A(t)$	Jumlah individu terinfeksi AIDS pada waktu $t$	$A(t) \geq 0$	Orang
$\mu$	Tingkat kematian alami	$\mu > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
$1 - p$	Proporsi ketidakberhasilan dari dibentuknya komisi penanggulangan HIV/AIDS	$0 \leq p \leq 1$	-
$\beta$	Rata-rata laju perpindahan kelompok individu rentan menjadi individu terpapar penyakit.	$\beta > 0$	$\frac{1}{\text{orang} \cdot \text{hari}}$
$\gamma$	Rata-rata laju perpindahan kelompok individu terpapar penyakit menjadi kelompok individu terinfeksi tanpa gejala.	$\gamma > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
$k_1$	Rata-rata laju perpindahan individu terinfeksi tanpa gejala menjadi kelompok individu terinfeksi dengan gejala ringan.	$k_1 > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
$k_2$	Rata-rata laju perpindahan individu terinfeksi tanpa gejala menjadi kelompok individu terinfeksi dengan gejala kronis.	$k_2 > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
$\delta$	Rata-rata laju perpindahan individu terinfeksi dengan gejala ringan kembali menjadi individu terinfeksi tanpa gejala	$\delta > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
$1 - q$	Proporsi kegagalan pemberian pengobatan berupa tretmen ARV	$0 \leq q \leq 1$	-
$\omega$	Rata-rata laju perpindahan individu terinfeksi dengan gejala ringan menjadi individu terinfeksi gejala kronis	$\omega > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
$\sigma$	Rata-rata laju perpindahan individu terinfeksi dengan gejala kronis menjadi individu terinfeksi aids	$\sigma > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$
$d$	Tingkat kematian akibat penyakit HIV/AIDS	$d > 0$	$\frac{1}{\text{hari}}$

Selanjutnya diperoleh model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS diberikan oleh persamaan (2.1).

$$\begin{aligned}
 \frac{dS(t)}{dt} &= \mu N - (1 - p) \frac{\beta S(t)}{N} (I(t) + J_r(t)) - \mu S(t), \\
 \frac{dE(t)}{dt} &= (1 - p) \frac{\beta S(t)}{N} (I(t) + J_r(t)) - (\gamma + \mu) E(t), \\
 \frac{dI(t)}{dt} &= \gamma E(t) + \delta J_r(t) - (k_1 + k_2 + \mu) I(t), \\
 \frac{dJ_r(t)}{dt} &= k_1 I(t) - (\delta + \omega + \mu) J_r(t), \\
 \frac{dJ_c(t)}{dt} &= k_2 I(t) + \omega J_r(t) - ((1 - q)\sigma + \mu + d) J_c(t),
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$



$$\frac{dA(t)}{dt} = (1 - q)\sigma J_c(t) - (\mu + d)A(t).$$

Kemudian dilakukan normalisasi dengan cara mensubstitusi variabel tidak berdimensi sebagai berikut :

$$x_1 = \frac{S(t)}{N(t)}, x_2 = \frac{E(t)}{N(t)}, x_3 = \frac{I(t)}{N(t)}, x_4 = \frac{I_r(t)}{N(t)}, x_5 = \frac{J_c(t)}{N(t)}, x_6 = \frac{A(t)}{N(t)},$$

sehingga diperoleh sistem persamaan diferensial nonlinear yang tidak berdimensi pada persamaan (2.2) berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \mu - (1 - p)\beta x_1(x_3 + x_4) - \mu x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= (1 - p)\beta x_1(x_3 + x_4) - (\gamma + \mu)x_2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \gamma x_2 + \delta x_4 - (k_1 + k_2 + \mu)x_3, \\ \frac{dx_4}{dt} &= k_1 x_3 - (\delta + \omega + \mu)x_4, \\ \frac{dx_5}{dt} &= k_2 x_3 + \omega x_4 - ((1 - q)\sigma + \mu + d)x_5, \\ \frac{dx_6}{dt} &= (1 - q)\sigma x_5 - (\mu + d)x_6. \end{aligned} \tag{2.2}$$

### C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

#### 1. Titik Kesetimbangan Model dan Kestabilannya

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis dengan menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik pada sistem persamaan (2.2). Keadaan titik tetap kesetimbangan model dipenuhi ketika  $\frac{dx_1}{dt} = 0, \frac{dx_2}{dt} = 0, \frac{dx_3}{dt} = 0, \frac{dx_4}{dt} = 0, \frac{dx_5}{dt} = 0, \frac{dx_6}{dt} = 0$ .

Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah suatu keadaan dimana semua kompartemen yang berhubungan dengan penyakit bernilai nol atau pada saat itu tidak terjadi penyebaran penyakit di suatu populasi, diperoleh titik ekuilibrium non endemik, yaitu  $E_0(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (1, 0, 0, 0, 0, 0)$ .

Titik kesetimbangan endemik adalah suatu keadaan terjadi penyebaran penyakit pada suatu popuasi dan terjadi pada saat  $x_3 > 0$  dan  $x_4 > 0$ . Dari sistem persamaan (2.2) diperoleh titik ekuilibrium endemik, yaitu  $E_1(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*) = \left( \frac{\mu}{((1-p)\beta(x_3^*+x_4^*)+\mu)}, \frac{(1-p)\beta x_1^*(x_3^*+x_4^*)}{(\gamma+\mu)}, \frac{\gamma x_2^*+\delta x_4^*}{(k_1+k_2+\mu)}, \frac{k_1 x_3^*}{(\delta+\omega+\mu)}, \frac{k_2 x_3^*+\omega x_4^*}{((1-q)\sigma+\mu+d)}, \frac{(1-q)\sigma x_5^*}{(\mu+d)} \right)$ .

Setelah diperoleh titik kesetimbangan, selanjutnya akan dilakukan analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik. Langkah pertama yaitu melakukan linierisasi dengan menggunakan matriks Jacobi pada sistem persamaan nonlinier model penyebaran penyakit HIV/AIDS:

$$f = \mu - (1 - p)\beta x_1(x_3 + x_4) - \mu x_1, \tag{3.1}$$

$$g = (1 - p)\beta x_1(x_3 + x_4) - (\gamma + \mu)x_2 \tag{3.2}$$

$$h = \gamma x_2 + \delta x_4 - (k_1 + k_2 + \mu)x_3, \tag{3.3}$$

$$i = k_1 x_3 - (\delta + \omega + \mu)x_4, \tag{3.4}$$

$$\tag{3.5}$$



$$j = k_2x_3 + \omega x_4 - ((1 - q)\sigma + \mu + d)x_5, \tag{3.6}$$

$$k = (1 - q)\sigma x_5 - (\mu + d)x_6.$$

Selanjutnya dari persamaan (3.1) hingga (3.6) diperoleh matriks Jacobi pada persamaan (3.7), yaitu:

$$J_E = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} & \frac{\partial f}{\partial x_2} & \frac{\partial f}{\partial x_3} & \frac{\partial f}{\partial x_4} & \frac{\partial f}{\partial x_5} & \frac{\partial f}{\partial x_6} \\ \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial g}{\partial x_2} & \frac{\partial g}{\partial x_3} & \frac{\partial g}{\partial x_4} & \frac{\partial g}{\partial x_5} & \frac{\partial g}{\partial x_6} \\ \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} & \frac{\partial h}{\partial x_3} & \frac{\partial h}{\partial x_4} & \frac{\partial h}{\partial x_5} & \frac{\partial h}{\partial x_6} \\ \frac{\partial i}{\partial x_1} & \frac{\partial i}{\partial x_2} & \frac{\partial i}{\partial x_3} & \frac{\partial i}{\partial x_4} & \frac{\partial i}{\partial x_5} & \frac{\partial i}{\partial x_6} \\ \frac{\partial j}{\partial x_1} & \frac{\partial j}{\partial x_2} & \frac{\partial j}{\partial x_3} & \frac{\partial j}{\partial x_4} & \frac{\partial j}{\partial x_5} & \frac{\partial j}{\partial x_6} \\ \frac{\partial k}{\partial x_1} & \frac{\partial k}{\partial x_2} & \frac{\partial k}{\partial x_3} & \frac{\partial k}{\partial x_4} & \frac{\partial k}{\partial x_5} & \frac{\partial k}{\partial x_6} \end{bmatrix}. \tag{3.7}$$

Pada bagian ini, titik kesetimbangan bebas penyakit yang akan dianalisis kestabilannya. Maka titik kesetimbangan bebas penyakit ( $E_0$ ) disubstitusi ke dalam matriks (3.7), diperoleh hasil sebagai berikut:

$$J_{E_0} = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -(1-p)\beta & -(1-p)\beta & 0 & 0 \\ 0 & -(\gamma+\mu) & (1-p)\beta & (1-p)\beta & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -(k_1+k_2+\mu) & \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 & -(\delta+\omega+\mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & \omega & -((1-q)\sigma+\mu+d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma & -(\mu+d) \end{bmatrix}, \tag{3.8}$$

selanjutnya, akan dicari nilai eigen dari matriks (3.8). Persamaan karakteristik dari matriks  $J_{E_0}$  sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - J_{E_0}) = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda+\mu & 0 & -(1-p)\beta & -(1-p)\beta & 0 & 0 \\ 0 & \lambda+(\gamma+\mu) & (1-p)\beta & (1-p)\beta & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & \lambda+(k_1+k_2+\mu) & \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 & \lambda+(\delta+\omega+\mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & \omega & \lambda+((1-q)\sigma+\mu+d) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma & \lambda+(\mu+d) \end{vmatrix} = 0$$

atau

$$(\lambda + \mu)(\lambda + \mu + d)(\lambda + (1 - q)\sigma + \mu + d)(\lambda^3 + (\delta + \gamma + k_1 + k_2 + 3\mu + \omega)\lambda^2 + (\beta\gamma p - \beta\gamma + \delta\gamma + \delta k_2 + 2\delta\mu + \gamma k_1 + \gamma k_2 + 2\gamma\mu + \gamma\omega + 2k_1\mu + k_1\omega + 2k_2\mu + k_2\omega + 3\mu^2 + 2\mu\omega)\lambda + \mu^3 + \beta\delta\gamma p + \beta\gamma k_1 p + \beta\gamma\mu p + \beta\gamma\omega p + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + k_1\mu^2 + k_2\mu^2 + \mu^2 - \omega + \beta\delta\gamma - \beta\gamma k_1 - \beta\gamma\mu - \beta\gamma\omega + \gamma k_1\omega + \gamma k_2\mu + \gamma k_2\omega + \gamma\mu\omega + k_1\mu\omega + k_2\mu\omega + \delta\gamma k_2 + \delta\gamma\mu + \delta k_2\mu + \gamma k_1\mu = 0.$$

Dari persamaan karakteristik tersebut, diperoleh nilai  $\lambda_i < 0$ ,  $i = 1,2,3,4,5,6$ . Jadi, titik kesetimbangan bebas penyakit ( $E_0$ ) stabil asimtotik lokal.



Selanjutnya titik kesetimbangan endemik  $E_1(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*) = \left( \frac{\mu}{((1-p)\beta(x_3+x_4)+\mu)}, \frac{(1-p)\beta x_1(x_3+x_4)}{(\gamma+\mu)}, \frac{\gamma x_2+\delta x_4}{(k_1+k_2+\mu)}, \frac{k_1 x_3}{(\delta+\omega+\mu)}, \frac{k_2 x_3+\omega x_4}{((1-q)\sigma+\mu+d)}, \frac{(1-q)\sigma x_5}{(\mu+d)} \right)$  disubstitusi ke matriks Jacobi  $J_E$  pada persamaan (3.8) sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$J_{E_1} = \begin{bmatrix} -a & 0 & -rh_1 & -rh_1 & 0 & 0 \\ rh_2 & -b & rh_3 & rh_3 & 0 & 0 \\ 0 & rh_4 & -c & rh_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & rh_6 & -d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & rh_7 & rh_8 & -e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & rh_9 & -f \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

dimana,

$$\begin{aligned} a &= (1-p)\beta(x_2 + x_3) - \mu, & rh_3 &= (1-p)\beta x_1, \\ b &= \gamma + \mu, & rh_4 &= \gamma, \\ c &= k_1 + k_2 + \mu, & rh_5 &= \delta, \\ d &= \delta + \omega + \mu, & rh_6 &= k_1, \\ e &= \sigma + \mu + d, & rh_7 &= k_2, \\ f &= \mu + d, & rh_8 &= \omega, \\ rh_1 &= (1-p)\beta x_1, & rh_9 &= (1-q)\sigma. \\ rh_2 &= (1-p)\beta(x_2 + x_3), \end{aligned}$$

Untuk mengetahui kestabilan dari titik kesetimbangan  $E_1$ , pertama akan dicari persamaan karakteristik  $J_{E_1}$ , yaitu

$$\det(\lambda I - J_{E_1}) = 0 \text{ atau} \quad \lambda^6 + A_1\lambda^5 + A_2\lambda^4 + A_3\lambda^3 + A_4\lambda^2 + A_5\lambda + A_6 = 0, \quad (3.10)$$

dengan

$$A_1 = a + b + c + d + e + f,$$

$$A_2 = ab + ac + ad + ae + af + bc + bd + be + bf + cd + ce + cf + d + df + ef - rh_4 rh_3 - rh_5 rh_7 - rh_8 rh_6,$$

$$A_3 = abc + abd + abe + abf + acd + ace + acf + ade + adf + aef + h_4 rh_3 - arh_5 rh_7 - arh_8 rh_6 + bcd + bce + bcf + bde + bdf + bef - brh_5 rh_7 - brh_8 rh_6 + cde + cdf + cef + def - drh_4 rh_3 - drh_8 rh_6 - erh_4 rh_3 - erh_5 rh_7 - frh_4 rh_3 - frh_5 rh_7 - frh_8 rh_6 + rh_1 rh_2 rh_4 - rh_3 rh_4 rh_7 - rh_7 rh_9 rh_6,$$

$$A_4 = abcd + abce + abcf + abde + abdf + abef - abrh_5 rh_7 - abrh_8 rh_6 + acde + acdf + acef + adef - adrh_4 rh_3 - h_8 rh_6 aerh_4 rh_3 aerh_5 rh_7 - afrh_4 rh_3 - afrh_5 rh_7 - afrh_4 rh_3 - dfrh_8 rh_6 + drh_1 rh_2 rh_4 - efrh_4 rh_3 - efrh_5 rh_7 + erh_1 rh_2 rh_4 - erh_3 rh_4 rh_7 + frh_1 rh_2 rh_4 - frh_3 rh_4 rh_7 - frh_7 rh_9 rh_6 + rh_2 rh_4 rh_7 rh_1,$$

$$A_5 = abcde + abcdf + abcef + abdef - abdrh_8 rh_6 - aberh_5 rh_7 - abfrh_5 rh_7 - abfrh_8 rh_6 - abrh_7 rh_9 rh_6 + acdef - aderh_4 rh_3 - adfrh_4 rh_3 - adfrh_8 rh_6 -$$



$$\begin{aligned}
 & aefrh_4rh_3 - aefrh_5rh_7 - aerh_3rh_4rh_7 - afrh_3rh_4rh_7 - afrh_7rh_9rh_6 + \\
 & bcdef - bdfrh_8rh_6 - befrh_5rh_7 - bfrh_7rh_9rh_6 - defrh_4rh_3 + \\
 & derh_1rh_2rh_4 + dfrh_1rh_2rh_4 + efrh_1rh_2rh_4 - efrh_3rh_4rh_7 + \\
 & erh_2rh_4rh_7rh_1 + frh_2rh_4rh_7rh_1,
 \end{aligned}$$

$$A_6 = f(abcde - abdrh_8rh_6 - aberh_5rh_7 - abrh_7rh_9rh_6 - aderh_4rh_3 - aerh_3rh_4rh_7 + derh_1rh_2rh_4 + erh_2rh_4rh_7rh_1).$$

## 2. Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar dan Sensitivitas

Bilangan reproduksi dasar adalah ambang batas penularan suatu penyakit yang disebabkan oleh individu terinfeksi dalam suatu populasi atau biasa diistilahkan sebagai subpopulasi terinfeksi. Dari sistem persamaan (2.2) yang termasuk ke dalam subpopulasi terinfeksi adalah sebagai berikut:

$$\frac{dx_2}{dt} = (1 - p)\beta x_1(x_3 + x_4) - (\gamma + \mu)x_2,$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \gamma x_2 + \delta x_4 - (k_1 + k_2 + \mu)x_3,$$

$$\frac{dx_4}{dt} = k_1 x_3 - (\delta + \omega + \mu)x_4,$$

$$\frac{dx_5}{dt} = k_2 x_3 + \omega x_4 - ((1 - q)\sigma + \mu + d)x_5,$$

$$\frac{dx_6}{dt} = (1 - q)\sigma x_5 - (\mu + d)x_6.$$

Misalkan  $F_i(x)$  menyatakan laju kemunculan infeksi baru dalam kompartemen  $x_2$  dan  $V_i(x)$  menyatakan laju perpindahan individu kompartemen  $x_2$ . Maka diperoleh matriks  $F_i(x)$  dan  $V_i(x)$  sebagai berikut

$$F_i(x) = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - p)\beta x_1(x_3 + x_4) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{3.11}$$

$$V_i(x) = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\gamma + \mu)x_2 \\ -(\gamma x_2 + \delta x_4) + (k_1 + k_2 + \mu)x_3 \\ -k_1 x_3 + (\delta + \omega + \mu)x_4 \\ -(k_2 x_3 + \omega x_4) + ((1 - q)\sigma + \mu + d)x_5 \\ -(1 - q)\sigma x_5 + (\mu + d)x_6 \end{pmatrix}, \tag{3.12}$$

dengan demikian, matriks jacobii dari persamaan (3.11) dan (3.12) diperoleh:

$$F = \frac{\partial F_i(E_0)}{\partial (x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_5}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_5}{\partial x_6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (1 - p)\beta & (1 - p)\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{3.13}$$



$$V = \frac{\partial V_1(E_0)}{\partial(x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial V_1}{\partial x_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_5}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial V_5}{\partial x_6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma + \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & k_1 + k_2 + \mu & -\delta & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 & \delta + \omega + \mu & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & -\omega & (1-q)\sigma + \mu + d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma & \mu + d \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

selanjutnya akan dicari Invers dari matriks  $V$  sebagai berikut :

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\gamma C}{AF} & C & \frac{\delta}{F} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma k_1}{AF} & \frac{k_1}{F} & \frac{B}{F} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma G}{AF} & \frac{F}{G} & \frac{B\omega + \delta k_2}{DF} & \frac{1}{D} & 0 \\ -\frac{\gamma \sigma H}{ADEF} & -\frac{\sigma H}{DEF} & -\frac{\sigma I}{DEF} & \frac{(1-q)\sigma}{DF} & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

dengan  $A = \gamma + \mu$ ,  $B = k_1 + k_2 + \mu$ ,  $C = \delta + \omega + \mu$ ,  $D = \sigma + \mu + d$ ,  $E = \mu + d$ ,  $F = BC - \delta k_1$ ,  $G = Ck_2 + k_1\omega$ ,  $H = Ck_2q + k_1\omega q - Ck_2 - k_1\omega$ , dan  $I = B\omega q + \delta k_2 q - B\omega - \delta k_2$ . Selanjutnya, dari matriks  $F$  dan  $V^{-1}$  diperoleh matriks  $FV^{-1}$  sebagai berikut

$$FV^{-1} = \begin{pmatrix} \left(\frac{(1-p)\beta\gamma C}{AF} + \frac{(1-p)\beta\gamma k_1}{AF}\right) & \frac{(1-p)\beta C}{F} + \frac{(1-p)\beta k_1}{F} & \frac{(1-p)\beta\delta}{F} + \frac{(1-p)\beta B}{F} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Matriks  $FV^{-1}$  tersebut diistilahkan sebagai matriks generasi. Selanjutnya, diperoleh persamaan karakteristik dari matriks generasi tersebut sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - FV^{-1}) = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \lambda - \frac{(1-p)\beta\gamma C}{AF} - \frac{(1-p)\beta\gamma k_1}{AF} & -\frac{(1-p)\beta C}{F} - \frac{(1-p)\beta k_1}{F} & -\frac{(1-p)\beta\delta}{F} - \frac{(1-p)\beta B}{F} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

atau

$$\left(\lambda - \frac{(1-p)\beta\gamma}{AF}(C + k_1)\right)\lambda^4 = 0. \quad (3.17)$$

Selanjutnya dari persamaan (3.17) diperoleh akar-akar persamaan yaitu :  $\lambda_{1,2,3,4} = 0$  dan  $\lambda_5 = \frac{(1-p)\beta\gamma}{AF}(C + k_1)$ .

Karena nilai bilangan reproduksi dasar merupakan radius spektral atau nilai eigen terbesar dari matriks  $FV^{-1}$  yakni  $\lambda_{max} = \frac{(1-p)\beta\gamma(C+k_1)}{AF}$ , maka diperoleh nilai bilangan reproduksi dasar untuk penyakit HIV/AIDS dengan  $A = \gamma + \mu$ ,  $B = k_1 + k_2 + \mu$ ,  $C = \delta + \omega + \mu$ , dan  $F = BC - \delta k_1$  adalah sebagai berikut :

$$R_0 = \frac{1-p\beta\gamma(\delta+\omega+k_1+\mu)}{(\gamma+\mu)(\delta k_1 + \delta\mu + k_1\mu + k_1\omega + k_2\mu + k_2\omega + \mu^2 + \mu\omega)}. \quad (3.18)$$

Analisis sensitivitas dilakukan untuk menunjukkan pengaruh parameter-parameter terhadap bilangan reproduksi dasar. Pada artikel ini, variabel yang akan diukur adalah bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) terhadap beberapa parameter yang dianggap penting untuk diketahui pengaruhnya terhadap nilai bilangan reproduksi dasar. Adapun hasil analisis sensitivitas sebagai berikut:



$$C_p^{R_0} = -\frac{p}{1-p} < 0, \tag{3.19}$$

$$C_\beta^{R_0} = 1 > 0.$$

Dari hasil sensitivitas yang dilakukan, diperoleh nilai negatif untuk pengaruh parameter pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) sebagai bentuk pencegahan individu terinfeksi penyakit ini. Makna dari hubungan negatif antara parameter  $p$  dan  $R_0$  yaitu semakin besar pemberian nilai untuk parameter pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS, maka nilai bilangan reproduksi dasar semakin kecil. Kemudian untuk parameter interaksi antara individu terinfeksi dengan individu lain ( $\beta$ ), memiliki hubungan positif dengan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ). Maksudnya, semakin besar nilai parameter  $\beta$  maka semakin besar pula nilai  $R_0$  namun semakin kecil nilai parameter ini maka nilai bilangan reproduksi dasar juga akan mengecil.

### 3. Simulasi Numerik Model Matematika HIV/AIDS

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik terhadap parameter-parameter yang telah diuji sensitivitasnya terhadap bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) yaitu parameter proporsi  $p$  dan  $\beta$  dengan pemberian nilai parameter yang berbeda-beda. Kemudian untuk nilai parameter-parameter lain yaitu  $\gamma = 0.17$ ,  $k_1 = 0.01$ ,  $k_2 = 0.02$ ,  $\delta = 0.01$ ,  $1 - q = 0.9$ ,  $\omega = 0.05$ ,  $\sigma = 0.02$ ,  $d = 0.5$ . Pertama simulasi numerik untuk parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS, hasil dari simulasi numerik tersebut disajikan pada Tabel 2.

**Tabel 2. Sensitivitas parameter proporsi  $p$  terhadap  $R_0$**

$p$	$R_0$	Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit dan Kestabilannya	Titik Kesetimbangan Endemik dan Kestabilannya
0.008	1.331	$\lambda_5 = 0.011$ , $\lambda_6 = -0.234$ dan $E_0$ tidak stabil	$E_1$ ada dan stabil
0.08	1.234	$\lambda_5 = 0.0082$ , $\lambda_6 = -0.2402$ dan $E_0$ tidak stabil	$E_1$ ada dan stabil
0.2	1.073	$\lambda_5 = 0.0026$ , $\lambda_6 = -0.2402$ dan $E_0$ tidak stabil	$E_1$ ada dan stabil
0.3	0.939	$\lambda_5 = -0.0022$ , $\lambda_6 = -0.2301$ dan $E_0$ stabil	$E_1$ tidak ada
0.5	0.671	$\lambda_5 = -0.001271$ , $\lambda_6 = -0.0244$ dan $E_0$ stabil	$E_1$ tidak ada

Dari Tabel 2 dapat ditarik kesimpulan bahwa semakin tinggi nilai yang diberikan pada parameter pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) maka peluang HIV/AIDS hilang di Indonesia semakin besar. Hal ini dapat dilihat dari hasil yang diperoleh yakni ketika parameter diberikan nilai 0.008 atau maknanya hanya 0,8% bagian di Indonesia yang membentuk komisi penanggulangan HIV/AIDS, diperoleh keadaan dimana  $R_0 > 1$  yakni 1.331 dan nilai eigen titik kesetimbangan endemik semua negatif, yang bermakna bahwa titik kesetimbangan endemik stabil atau HIV/AIDS tetap ada di Indonesia. Begitupula ketika nilai parameter ( $p$ ) diberikan nilai 0.2 atau maknanya sekitar 20% daerah di Indonesia membentuk komisi penanggulangan HIV/AIDS maka HIV/AIDS masih tetap ada di Indonesia. Hal ini dapat dilihat dari nilai  $R_0 > 1$  yakni 1.073 dan nilai eigen titik kesetimbangan endemik semuanya negatif, yang bermakna bahwa titik kesetimbangan endemik stabil. Namun ketika nilai parameter ( $p$ ) dinaikkan hingga 0.3 atau minimal 30% daerah di Indonesia membentuk komisi



penanggulangan HIV/AIDS, maka HIV/AIDS akan hilang dari Indonesia. Hal ini dapat dilihat dari nilai  $R_0 < 1$  yakni 0.939 dan nilai eigen titik kesetimbangan bebas penyakit semuanya negatif, yang bermakna bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil. Begitupun ketika nilai parameter pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) lebih diperbesar menjadi 0.5 atau setengah dari daerah Indonesia membentuk komisi penanggulangan HIV/AIDS maka semakin besar peluang HIV/AIDS hilang dari Indonesia. Hal ini dapat dilihat dari nilai  $R_0 < 1$  yakni 0.671 dan semua nilai eigen pada titik kesetimbangan bebas penyakit negatif, yang bermakna bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil. Selanjutnya simulasi numerik untuk parameter interaksi antara individu terinfeksi HIV dengan individu sehat ( $\beta$ ). Hasil dari simulasi numerik tersebut disajikan pada Tabel 3.

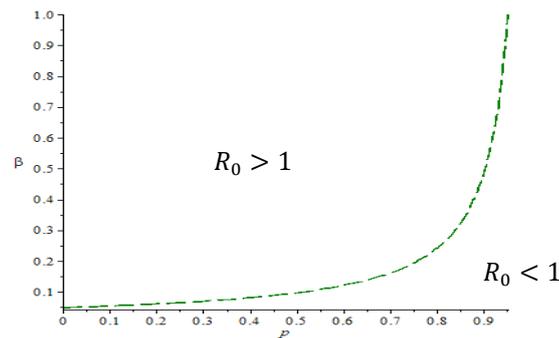
**Tabel 3. Sensitivitas parameter proporsi  $\beta$  terhadap  $R_0$**

$\beta$	$R_0$	Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit dan Kestabilannya	Titik Kesetimbangan Endemik dan Kestabilannya
0.065	1.331	$\lambda_5 = 0.011, \lambda_6 = -0.234$ dan $E_0$ tidak stabil	$E_1$ ada dan stabil
0.06	1.228	$\lambda_5 = 0.008, \lambda_6 = -0.2401$ dan $E_0$ tidak stabil	$E_1$ ada dan stabil
0.055	1.044	$\lambda_5 = 0.0016, \lambda_6 = -0.234$ dan $E_0$ tidak stabil	$E_1$ ada dan stabil
0.05	0.949	$\lambda_5 = -0.0018, \lambda_6 = -0.2305$ dan $E_0$ stabil	$E_1$ tidak ada
0.03	0.560	$\lambda_5 = -0.01698, \lambda_6 = -0.2162$ dan $E_0$ stabil	$E_1$ tidak ada

Dari hasil simulasi numerik pada Tabel 3 diperoleh kesimpulan bahwa dengan pemberian nilai parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV dengan individu sehat ( $\beta$ ) yang berbeda-beda, semakin kecil nilai parameter  $\beta$  maka  $R_0 < 1$ . Hal ini dapat dilihat dari hasil yang diperoleh yakni ketika parameter diberikan nilai 0.03 atau hanya 3% individu yang melakukan kegiatan yang dapat mengakibatkan individu tersebut tertular HIV/AIDS diperoleh keadaan dimana  $R_0 < 1$  yaitu 0.560 dan semua nilai eigen pada titik kesetimbangan bebas penyakit negatif, yang bermakna bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil atau HIV/AIDS hilang di Indonesia. Begitupula ketika parameter  $\beta$  diberikan nilai 0.05 atau hanya 5% individu yang melakukan kegiatan yang dapat mengakibatkan individu tersebut tertular HIV/AIDS diperoleh keadaan dimana  $R_0 < 1$  yaitu 0,949 dan semua nilai eigen pada titik kesetimbangan bebas penyakit negati, yang bermakna bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil atau HIV/AIDS hilang di Indonesia. Namun ketika parameter diberikan nilai 0.065 atau 6,5 % individu melakukan kegiatan yang dapat mengakibatkan individu tersebut tertular HIV/AIDS diperoleh keadaan dimana  $R_0 > 1$  yaitu 1.331 dan semua nilai titik kesetimbangan endemik negatif, yang bermakna bahwa titik kesetimbangan endemik stabil atau penyakit HIV/AIDS tetap ada di Indonesia.

Dari simulasi numerik yang dilakukan, secara keseluruhan dapat ditarik kesimpulan bahwa hubungan parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) dan parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ) saling berbanding terbalik. Misalkan pada parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ), nilai  $R_0 < 1$  diperoleh dengan semakin memperbesar nilai parameternya sedangkan parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ), nilai  $R_0 < 1$  diperoleh dengan semakin memperkecil nilai parameternya. Selanjutnya akan diperlihatkan plot hubungan antara parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) dan parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ) pada saat  $R_0 = 1$  yang disajikan pada Gambar 2.





**Gambar 2.** Hubungan antara parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) dan parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ) pada saat  $R_0 = 1$

Gambar 2 menunjukkan hubungan antara parameter  $p$  dan  $\beta$  ketika  $R_0 = 1$ . Sumbu  $x$  untuk parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ), sumbu  $y$  untuk parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ), dan kurva berbentuk garis putus-putus keadaan ketika  $R_0 = 1$ . Misalkan diberikan nilai parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ) sebesar 0.5 maka pemberian nilai parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) setidaknya 0.9 agar nilai  $R_0$  tetap berada pada daerah  $R_0 < 1$ .

#### D. Kesimpulan

Dari hasil uji sensitivitas yang dilakukan diperoleh hasil bahwa pengontrolan terhadap nilai proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) dan parameter interaksi ( $\beta$ ) menjadi solusi dalam mengontrol penyebaran penyakit HIV. Hasil dari pengujian sensitivitas tersebut diperoleh bahwa parameter pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ) dan parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ) saling berbanding terbalik. Misalkan pada parameter proporsi pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS ( $p$ ), nilai  $R_0 < 1$  diperoleh dengan cara memperbesar nilai  $p$  agar HIV/AIDS hilang di Indonesia. Sedangkan parameter interaksi antar individu terinfeksi HIV/AIDS dengan individu sehat ( $\beta$ ), nilai  $R_0 < 1$  dapat dicapai dengan semakin memperkecil nilai parameternya agar HIV/AIDS hilang di Indonesia.

Berdasarkan simulasi numerik yang dilakukan, diperoleh solusi yang diharapkan dapat menekan pertambahan individu terinfeksi HIV/AIDS di Indonesia yaitu dengan memperbanyak pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS dan individu mengurangi interaksi atau kegiatan yang dapat mengakibatkan individu tersebut terinfeksi HIV/AIDS. Dengan pembentukan komisi penanggulangan HIV/AIDS yang diselenggarakan secara maksimal maka masyarakat mengerti dengan baik apa itu HIV/AIDS dan berusaha agar menjauhi hal-hal yang dapat menyebabkan mereka terinfeksi penyakit ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bhaskar, J., Metry, A., & Shantkumari, B. (2021). Hematological Profile of People Living with HIV/AIDS. *International Journal of Advanced Research in Medicine*, 3(2) : 507-510.
- Faridah, I. (2020). Pengetahuan dan Sikap Tentang HIV/AIDS dan Upaya Pencegahan HIV/AIDS. *Jurnal Kesehatan*, 9(1), 54-68.



- Hikmah, S.M., Kuswiharyanti, H., Raafi, V. A., Juarti, N., & Amaliadiana, T. (2021). Pengaruh Terapi ARV Untuk Meningkatkan Kualitas Hidup Pasien HIV/AIDS:A Literature Review. *Journal Of Bionurshing*, VOL. 3 NO. 2, 134-145.
- Khan, A., Gomez-Aguiar, J. F., Khan, T. S., & Khan, H. (2019). Stability Analysis and Numerical Solutions of Fractional Order HIV/AIDS Model. *Chaos, Solitons & Fractals*, 122, 119-128.
- Kemkes (2020). *Pentingnya Mengetahui Status ARV Pada ODHA Melalui Pemeriksaan*. [www.kemkes.go.id/article/view/20092900003/kampanye-bulan-viralload\\_pentingnta-mengetahui-status-pengobatan-arv-pada-odha-melalui-pemeriksaan-html](http://www.kemkes.go.id/article/view/20092900003/kampanye-bulan-viralload_pentingnta-mengetahui-status-pengobatan-arv-pada-odha-melalui-pemeriksaan-html) [10 Oktober 2020]
- Kementerian Kesehatan RI. (2020). *Rencana Aksi Nasional Pencegahan Pengendalian HIV/AIDS Dab PIMS Di Indonesia Taun 2020-2024*. <https://jip.or.id/rencana-aksi-nasional-pencegahan-dan-pengendalian-hiv-aids-dan-pims-di-indonesia-tahun-2020-2024>. [15 Oktober 2020]
- Kementerian Kesehatan RI. (2014). *Profil Kesehatan Indonesia*. <https://pusdatin.kemkes.go.id/resources/download/pusdatin/profil-kesehatan-indonesia/profil-kesehatan-indonesia-2014>. [5 Oktober 2020]
- Syam, R., Side., & Said, CS. (2020). Model SEIR Penyebaran Tuberkulosis di Kota Makassar. *Journal Of Mathematics, Computations, and Statitics*, 3(1). 11-19.
- Side & Rangkuti. (2015). *Pemodelan Matematika dan Solusi Numerik Untuk Penularan Demam Berdarah*. Medan : Perdana Publishing.
- Silva, C, Torres., & Delfim, FM. (2016). A SICA Compartemntal Model Epidemiology With Application to HIV/AIDS in Cape Verde. *Ecological Complexty*.
- Suryanto, Y., & Nurjanah, U. (2021). Kepatuhan Minum Obat Anti Retroviral (ARV) Pada Pasien HIV/AIDS. *Jurnal Ilmu Keperawatan Indonesia (JIKPI)*. E-ISSN : 2746-2579 Vol. 2, No.1.
- Toaha, S., & Rustam. (2017), March. Optimal harvesting policy of predator-prey model with free fishing and reserve zones. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1825, No. 1, p. 020023). AIP Publishing LLC.
- Twagirumukiza, G., & Singirankabo, E. (2021). Mathematical Analysis of delayed HIV/AIDS Model with Treatment and Vertical Transmission. *Open Journal Mathematical Sciences*. 5, 128-146.
- Yualita, P. (2020). Pengenalan HIV/AIDS melalui Kosakata Bidang HIV/AIDS di SMP Muhammadiyah 1 Kota Bandung. *ACADEMICS IN ACTION Journal of Community Empowerment*, 2(1),32-41.
- WHO. (2019). *HIV/AIDS*. <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/hiv-aids> [10 Oktober 2020].

